

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**

**ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI**

**Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului**

**BAREM DE CORECTARE - CLASA A X A**

**I**

Dacă  $x \in (0,1) \Rightarrow \log_2 x < 0 \Rightarrow \log_2 x + \log_x 2 \leq -2$  .....1p

$-2 \leq -2 \sin y \Leftrightarrow \sin y \leq 1$  .....1p

Dacă  $x \in (1,\infty) \Rightarrow \log_2 x > 0 \Rightarrow \log_2 x + \log_x 2 \geq 2$  .....1p

$2 \geq -2 \sin y \Leftrightarrow \sin y \geq -1$  .....1p

Când  $x \in (0,1)$ , ecuația devine:  $\log_2 x + \log_x 2 = -2 = -2 \sin y$  .....1p

Se obține:  $x = \frac{1}{2}$ ,  $y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  .....1p

Când  $x \in (1,\infty)$ , ecuația devine:  $\log_2 x + \log_x 2 = 2 = -2 \sin y$

Se obține:  $x = 2$ ,  $y = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  .....1p

**II**

$|z - \alpha^k|^2 = (z - \alpha^k) \cdot (\overline{z - \alpha^k})$ ,  $k = \overline{1, 2008}$  .....1p

$S = \frac{1}{1 + |z|^2} \cdot \sum_{k=1}^{2008} (|z|^2 + 1 - z \cdot \overline{\alpha^k} - \overline{z} \cdot \alpha^k)$  .....1p

$S = 2008 - \frac{z}{1 + |z|^2} \cdot \sum_{k=1}^{2008} \overline{\alpha^k} - \frac{\overline{z}}{1 + |z|^2} \cdot \sum_{k=1}^{2008} \alpha^k$  .....1p

$\alpha^{2008} = 1$  .....1p

$\sum_{k=1}^{2008} \alpha^k = \frac{\alpha(\alpha^{2008} - 1)}{\alpha - 1} = 0$  .....1p

$\sum_{k=1}^{2008} \overline{\alpha^k} = 0$  .....1p

$S = 2008$  .....1p

**III**

a) .....1p

b) .....2p

c)  $\overline{RN}^2 = (\overline{MQ} + \overline{PS})^2 \Rightarrow |\overline{RN}|^2 = |\overline{MQ}|^2 + |\overline{PS}|^2 + 2\overline{MQ} \cdot \overline{PS} \cos \alpha$ ,  $\alpha = \widehat{(\overline{MQ}, \overline{PS})}$  .....2p

$\overline{MQ} \perp \overline{PS} \Leftrightarrow \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow |\overline{RN}|^2 = |\overline{MQ}|^2 + |\overline{PS}|^2$  .....2p

**IV**

a) Presupunem că din A pleacă 3 linii roșii (de exemplu AB, AC și AD)  $\Rightarrow \Delta BCD$  - monocolor (fals) .....3p

b) Din fiecare punct pleacă exact 4 linii și ținând cont de a) rezultă că exact două au aceeași culoare .....1p

c) Justifică concluzia .....3p

(Pentru evidențierea unei linii poligonale, fără justificare se vor acorda 2 p)