

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI

Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului

BAREM DE CORECTARE - CLASA A IX A

I

$$\begin{cases} y = 1 - x \\ y = 2x - 1 \end{cases} \dots\dots\dots 3p$$

$$E = x^2 + 6x - 3 \dots\dots\dots 2p$$

$$E_{\min} = -12 \dots\dots\dots 2p$$

II

$$BHCA' \text{ paralelogram} \Rightarrow \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA'} \dots\dots\dots 2p$$

$$\overrightarrow{HO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HA'}) \Rightarrow \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO} \dots\dots\dots 3p$$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \dots\dots\dots 1p$$

$$\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG} \dots\dots\dots 1p$$

III

$$n \in \{0, 1, 2, 3\} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{x}{x^2 - 5x + 7} = p \in \mathbb{Z} \Rightarrow px^2 - (5p + 1)x + 7p = 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Pentru } p \neq 0, x \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta \geq 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\Delta = -3p^2 + 10p + 1 \geq 0 \Rightarrow p \in \{1, 2, 3\} \dots\dots\dots 1p$$

$$\left. \begin{array}{l} p = 0 \Rightarrow x = 0 \\ p = 1 \Rightarrow x = 3 \pm \sqrt{2} \\ p = 2 \Rightarrow x \in \left\{2, \frac{7}{2}\right\} \\ p = 3 \Rightarrow x \in \left\{\frac{7}{3}, 3\right\} \end{array} \right\} \dots\dots\dots 1p$$

$$A = \left\{0, 3 \pm \sqrt{2}, 2, 3, \frac{7}{2}, \frac{7}{3}\right\} \dots\dots\dots 1p$$

IV

$$\text{Fie } a - \text{lungimea primei vergele și } q > 1, \text{ rația progresiei} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Presupunem că există } (n+1) \text{ vergele, } n \geq 3 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Fie } k, m = \overline{2, n}, \text{ astfel încât } \begin{cases} a \cdot q^k = \frac{4}{3} \cdot a \\ a \cdot q^m = \frac{3}{2} \cdot a \end{cases} \dots\dots\dots 2p$$

$$a \cdot q^n = 2a \Rightarrow q^n = 2 \dots\dots\dots 1p$$

$$q^{mn} = \left(\frac{3}{2}\right)^n \Rightarrow 2^{m+n} = 3^n \text{ (fals)} \dots\dots\dots 2p$$