

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI**  
**Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului**

**BAREM DE CORECTARE - CLASA A XI A**

I

Pentru  $n = 3 \Rightarrow \det(B) = 0$  .....3p

Pentru  $n = 4 \Rightarrow B = (a_{ij} - a_{ji}), i, j = \overline{1, 4}$  .....1p

$$B = \begin{pmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & f \\ -c & -e & -f & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$$

$$\det B = (af - be + cd)^2 \geq 0 \dots\dots\dots 2p$$

II

a) Echivalența egalității .....2p

$$b) \operatorname{tr} A = 0 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} a^2 + bc & 0 \\ 0 & a^2 + bc \end{pmatrix} = t \cdot I_2, \quad t = a^2 + bc \dots\dots\dots 1p$$

$$A^{2008} = t^{1004} \cdot I_2 \dots\dots\dots 1p$$

$$\operatorname{tr}(A^{2008}) = 0 \Rightarrow t = 0 \dots\dots\dots 1p$$

Concluzia .....1p

III

a) .....3p

$$b) f(2^{n+1} \cdot x) \leq 2, \quad \forall x \in \mathbb{R} \dots\dots\dots 1p$$

$$f(x) \leq \frac{1}{2^n} + \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{n+1} \right] = 1 + \frac{1}{2^{n+1}} \dots\dots\dots 2p$$

$$f(x) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2^{n+1}} \right) = 1, \quad \forall x \in \mathbb{R} \dots\dots\dots 1p$$

IV

$$a) t = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$t \neq 0 \Rightarrow \frac{f(x+t) - f(x)}{t} = \frac{e^x \cdot f(t)}{t} + \frac{(e^t - 1) \cdot f(x)}{t} \dots\dots\dots 1p$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x+t) - f(x)}{t} = f'(x) \dots\dots\dots 1p$$

Concluzia .....1p

$$b) g'(x) = 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$c) g(x) = c \Rightarrow f(x) = (x+c) \cdot e^x, \text{ dar } f'(0) = 1 \Rightarrow f(x) = xe^x \dots\dots\dots 2p$$