

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI
Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului

BAREM DE CORECTARE - CLASA A XII A

I

a)

$$2^x = t \Rightarrow dx = \frac{dt}{t \ln 2} \dots\dots\dots 2p$$

$$I = \int_a^b \frac{dx}{2^x + 1} = \frac{1}{\ln 2} \cdot \int_{2^a}^{2^b} \frac{dt}{t(t+1)} \dots\dots\dots 1p$$

$$I = \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln \frac{2^b}{2^a} - \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln \frac{2^b + 1}{2^a + 1} \dots\dots\dots 2p$$

b)

$$I = (b - a) - \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln \frac{2^b + 1}{2^a + 1}, I \in \mathbb{N} \text{ (fals)} \dots\dots\dots 2p$$

II

$$P(2008) = 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$P(x) = (x - 2008)Q(x) \dots\dots\dots 2p$$

$$Q(x) = Q(x + 2008), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow Q(x) = k \dots\dots\dots 2p$$

$$P(x) = k(x - 2008) \dots\dots\dots 1p$$

$$P(0) = -2008 \Rightarrow P(x) = x - 2008 \dots\dots\dots 1p$$

III

$$\text{a) Operația este corect definită} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Comutativitatea și asociativitatea} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Element neutru } E(0,5) \dots\dots\dots 1p$$

$$M(x, y) \neq V(-1,4) \text{ are inversul } M'(x', y'), \text{ unde } x' = -\frac{x}{1+x} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{b) } f: G \rightarrow \mathbb{R}^*, f(M) = x_M + 1, \text{ este izomorfism} \dots\dots\dots 2p$$

IV

$$\sin(\pi x) > 0, \text{ pentru } x \in (0,1) \text{ și } \sin(\pi x) < 0, \text{ pentru } x \in (1,2) \dots\dots\dots 1p$$

$$I = \int_0^2 \sqrt{x} \cdot \sin(\pi x) dx = \int_0^1 \sqrt{x} \cdot \sin(\pi x) dx + \int_1^2 \sqrt{x} \cdot \sin(\pi x) dx \dots\dots\dots 2p$$

În a doua integrală schimbă variabila prin

$$x = t + 1 \Rightarrow \int_1^2 \sqrt{x} \cdot \sin(\pi x) dx = -\int_0^1 \sqrt{x+1} \cdot \sin(\pi x) dx \dots\dots\dots 2p$$

$$I = \int_0^1 (\sqrt{x} - \sqrt{x+1}) \cdot \sin(\pi x) dx < 0 \dots\dots\dots 2p$$