

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI

Profil real, specializarea științele naturii

IX. OSZTÁLY

1. Határozzátok meg az $m \in \mathbb{R}$ paraméter értékeit, úgy, hogy az $mx^2 + (m+1)x + m - 1 = 0$ egyenlet mindkét gyöke valós legyen, és nagyobb mint 1.

2. Adott az $(x_n)_{n \geq 1}$ sorozat, amelynek tulajdonsága, hogy:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + nx_n = (n+1)! - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Igazoljátok, hogy a sorozat minden tagja természetes szám.

3. Adott egy olyan ABC háromszög, amely oldalainak hossza legfeljebb 1 és területe legalább $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

a) Igazoljátok, hogy $\sin A \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) Bizonyítsátok be, hogy az ABC háromszög egyenlő oldalú.

c) Adjatok példát egy olyan nem egyenlő oldalú háromszögre, amely oldalainak hossza legfeljebb 1 és területe legfeljebb $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

4. Két A és B anyagi pont egy egyenes mentén mozog a következő mozgási törvények alapján: $y_1(t) = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 4$, valamint $y_2(t) = -t^2 + 3t + 4, t \geq 0$, ahol a t időt szekundumban és az y centiméterben mérjük.

a) Ábrázoljátok a (y, t) koordináta-rendszerben az A és B anyagi pontok mozgása által leírt grafikonokat, az abszcisszatengelyen mérve a t időt és az ordinátatengelyen mérve az y kilengést.

b) Fejezzétek ki a t idő függvényében az A és B anyagi pontok közötti AB távolságot és a kapott függvényt ábrázoljátok grafikusán.

c) Határozzátok meg az a azon értékeit, amelyekre létezik három egymástól különböző pillanat, amikor az AB távolság egyenlő a -val.

Megjegyzés: munkaidő 3 óra

Minden tétel kötelező

Minden tételt 0-tól 7 pontig osztályozunk