

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI

Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului

XII.OSZTÁLY

I

a) Számítsátok ki $\int_a^b \frac{dx}{2^x + 1}$, ahol $a, b \in \mathbb{R}$.

b) Igazoljátok, hogy nem létezik $a, b \in \mathbb{N}$, $a < b$ úgy, hogy $\int_a^b \frac{dx}{2^x + 1} \in \mathbb{N}$.

II

Határozzátok meg a $P(x)$ valós együtthatós polinomot, úgy, hogy:

1) $x \cdot P(x) = (x - 2008) \cdot P(x + 2008)$, $\forall x \in \mathbb{R}$;

2) $P(0) = -2008$.

III

Adott $G = \{M(x, y) / y = x^2 + 2x + 5, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\}$. A G halmazon értelmezzük a

$*$: $G \times G \rightarrow G$ műveletet a következőképpen:

$\forall M_1(x_1, y_1)$ și $M_2(x_2, y_2) \in G, M_1 * M_2 = M$, ahol $x_M = x_1 + x_2 + x_1 x_2$.

a) Igazoljátok, hogy a $*$ művelet értelmezése helyes.

b) Igazoljátok, hogy $(G, *)$ egy kommutatív csoport, amely izomorf a (\mathbb{R}^*, \cdot) csoporttal.

IV

Igazoljátok, hogy $\int_0^2 \sqrt{x} \cdot \sin(\pi x) dx < 0$.

Megjegyzés: munkaidő 3 óra
Minden tétel kötelező.
Minden tételt 0-tól 7 pontig osztályozunk.