

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI**

**Filiera tehnologică : profil servicii, și resurse naturale și protecția mediului**

**CLASA A IX-A**

**I**

Fie  $x, y, z \in \mathbb{R}$  astfel încât 
$$\begin{cases} x + 3y + z = 2 \\ 11x + 5y - 3z = 8 \end{cases}$$

Determinați minimul expresiei  $E = 3x^2 - 2y^2 + z$ .

**II**

Se consideră triunghiul  $ABC$ , în care notăm cu  $O$  centrul cercului circumscris, cu  $G$  centrul de greutate, respectiv cu  $H$  ortocentrul triunghiului. Demonstrați că:

- a)  $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA'}$ , unde  $A'$  este simetricul punctului  $A$  față de punctul  $O$ ;
- b)  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$ ;
- c) punctele  $H, G$  și  $O$  sunt coliniare.

**III**

a) Determinați  $n \in \mathbb{Z}$  astfel încât  $3n^2 - 10n - 1 \leq 0$ .

b) Determinați mulțimea  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x}{x^2 - 5x + 7} \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**IV**

Dorim să construim un gard din vergele metalice având lungimile în progresie geometrică crescătoare și care să îndeplinească condițiile:

- a) Ultima vergea să fie de două ori mai lungă decât prima.
- b) Să existe două vergele astfel încât una să aibă lungimea egală cu  $\frac{3}{2}$  din lungimea primei vergele, iar cealaltă să aibă lungimea egală cu  $\frac{4}{3}$  din lungimea primei vergele.

Precizați dacă este posibilă construcția. Justificați răspunsul!

**Nota:** Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7