

Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Galați

Colegiul Național "Vasile Alecsandri"
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică "Cristian S. Calude"
ediția a XX-a
Galați, 2 noiembrie 2019

Clasa a XII-a

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

a) Obținerea relației $f(x) = \frac{3u'(x) - 2u(x)}{u(x)}$, unde $u(x) = e^{nx} + \cos x$ 2 puncte

Finalizare: $F(x) = 3\ln(e^{nx} + \cos x) - 2x + c$ 1 punct

b) Obținerea relației $(e^x F(x) \arctg x)' = -f(x)$, $\forall x \in [0; +\infty)$ 2 puncte

$F(x) = \frac{1}{e^x \arctg x + 1}$ 1 punct

Finalizare: $f(x) = -\frac{(1+x^2)\arctg x + 1}{(1+x^2)(e^x \arctg x + 1)^2} e^x$, $\forall x \in [0; +\infty)$ 1 punct

Problema 2.

Obținerea relației $x^2 y^{-1} = y^{-1} x^2$, $\forall x, y \in G$ 2 puncte

Obținerea relațiilor $x(xy)^{-1} = (yx)^{-1} x$, $y(yx)^{-1} = (xy)^{-1} y$ 2 puncte

Demonstrarea relației $z^2 = e$, unde $z = (xy)(yx)^{-1}$ și finalizare.....3 puncte

Problema 3.

a) Obținerea relației $\frac{g'(x)(1+g(x))}{1+g^2(x)} = -\frac{1}{x}$, $\forall x \in (0,1]$ 1 punct

Obținerea relației $\frac{e^{-\arctg g(x)}}{\sqrt{1+g(x)^2}} = x$, $\forall x \in (0,1]$ 1 punct

Găsirea funcției $F: [0, \infty) \rightarrow D$, $F(t) = \frac{e^{-\arctg t}}{\sqrt{1+t^2}}$ 1 punct

Demonstrarea bijectivității funcției F și finalizare..... 1 punct

(ii) \Rightarrow (i) 1 punct

(i) \Rightarrow (ii)

Obținerea prin inducție a rezultatului $f(x+ny) \geq (1+y)^n f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $y \geq 0$.. 1 punct

Finalizare..... 1 punct