

**Concursul Interjudețean „Cristian S. Calude”**  
 ediția a XXIII -a  
 Galați, 20 ianuarie 2024



**SUBIECT DE TIP**



pentru clasa a VIII-a

**problemele au fost selectate de profesorii**

**Mariana Coadă și Laura Ionela Constandache**

**de la**

**Colegiul Național „Vasile Alecsandri” din Galați**

[1<sup>2</sup>]. Dacă  $A = \{x \in \mathbb{R} / |2x - 3| \leq 7\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{R} / \left| \frac{5x-1}{3} \right| > 2\}$ , atunci mulțimea  $A \cap B$  este egală cu:

A	B	C	D	E
$\left(\frac{7}{5}, 5\right]$	$\left(-1, \frac{7}{5}\right)$	$[-2, -1) \cup \left(\frac{7}{5}, 5\right]$	$[-2, \frac{7}{5}) \cup (2, 5]$	Alt răspuns

[2<sup>4</sup>]. În piramida patrulateră regulată  $VABCD$  cu baza  $ABCD$ ,  $VA = 10\text{cm}$ ,  $\widehat{AVB} = 30^\circ$  și  $E$  este mijlocul lui  $VA$ . Pe muchia  $VB$  se alege punctul  $F$ , pe muchia  $VC$  punctul  $G$  și pe muchia  $VD$  punctul  $H$  astfel încât suma  $AF + FG + GH + HE$  este minimă. Minimul este egal cu:

A	B	C	D	E
20	$\frac{5\sqrt{3}}{2}$	$5\sqrt{7}$	10	Alt răspuns

3<sup>3</sup>. Dacă numerele  $a, b, c \in \mathbb{R}$  astfel încât  $a^2 + 9b^2 + c^2 + 4a - 12b + 12c + 40 = 0$ , atunci:

A	B	C	D	E
$a \leq c \leq b$	$b \leq c \leq a$	$b \leq a \leq c$	$c \leq a \leq b$	Alt răspuns

4<sup>1</sup>. Cel mai mic număr întreg mai mare decât  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+6}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$  este egal cu:

A	B	C	D	E
2	8	3	4	Alt răspuns

5<sup>3</sup>. În paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$ ,  $AB = AA' = 5 \text{ cm}$  și  $BC = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ . Sinusul unghiului format de dreptele  $A' C'$  și  $BC'$  este egal cu:

A	B	C	D	E
$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\frac{\sqrt{7}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	Alt răspuns

6<sup>2</sup>. Numărul soluțiilor ecuației  $x^4 + y^4 + z^4 + x^2 + y^2 + z^2 = 2023$ , unde  $x, y, z \in \mathbb{Z}$  este egal cu:

A	B	C	D	E
3	43	5	1	Alt răspuns

R:0

7<sup>4</sup>. Să se determine numărul soluțiilor reale ale ecuației  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - |4 - x^2| = 0$ .

A	B	C	D	E
3	1	2	5	Alt răspuns

8<sup>1</sup>. Rezultatul calculului  $\sqrt{(2\sqrt{3} - 4)^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(-\sqrt{3} - 5)^2}$  este egal cu:

A	B	C	D	E
$-3 - 4\sqrt{3}$	7	2	$-3 - 2\sqrt{3}$	Alt răspuns

9<sup>3</sup>. Dacă  $m$  este un parametru real, astfel încât  $|m| > 28$ , atunci numărul soluțiilor reale ale ecuației  $\frac{784x^2-1}{m^2-1} + \frac{784x^2-2}{m^2-2} + \frac{784x^2-3}{m^2-3} + \dots + \frac{784x^2-784}{m^2-784} = \left(\frac{784x}{m}\right)^2$  este egal cu:

A	B	C	D	E
2	4	0	8	Alt răspuns

10<sup>5</sup>. Determinați câte soluții  $(x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$  admite ecuația:  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{13}{36}$ .

A	B	C	D	E
6	18	4	2	Alt răspuns

11<sup>5</sup>. Dacă  $a, b, c, d \in \mathbb{Q}_+$ , astfel încât  $\sqrt{d} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  și  $\frac{a\sqrt{d}+b}{b\sqrt{d}+c} \in \mathbb{Q}$ , atunci cea mai mică valoare a numărului  $\frac{a+c}{b}$  este egală cu:

A	B	C	D	E
1	$\frac{1}{3}$	3	4	Alt răspuns

R:2

12<sup>1</sup>. Suma tuturor muchiilor unui tetraedru regulat este  $48\text{cm}$ . Aria unei fețe este egală cu:

A	B	C	D	E
$8\sqrt{3}\text{cm}^2$	$32\sqrt{3}\text{cm}^2$	$9\sqrt{3}\text{cm}^2$	$16\sqrt{3}\text{cm}^2$	Alt răspuns

13<sup>5</sup>. Suma elementelor mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{Z} / ||3x - 1| - 7| \leq 4\}$  este egală cu:

A	B	C	D	E
3	4	-6	9	Alt răspuns

14<sup>4</sup>. Determinați câte numere întregi  $n$  au proprietatea că  $\frac{(n+\sqrt{7})(n+1+\sqrt{7})}{n+2+\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$ .

A	B	C	D	E
6	4	2	8	Alt răspuns

15<sup>2</sup>. Prin mijlocul  $M$  al muchiei  $AB$  a tetraedrului  $ABCD$  se duce un plan paralel cu  $AC$  și  $BD$ , care intersectează muchiile  $BC$ ,  $CD$  și  $DA$  în  $N$ ,  $P$  și  $Q$ . Dacă aria patrulaterului  $MNPQ$  este  $A_{MNPQ} = \frac{AC \cdot BD}{8}$ , atunci măsura unghiului format de dreptele  $AC$  și  $BD$  este egală cu:

A	B	C	D	E
$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	Alt răspuns

16<sup>3</sup>. Numărul  $a = (\sqrt{11 + 2\sqrt{10}} - \sqrt{11 - 2\sqrt{10}} - 1)^{3n}$ , unde  $n \in \mathbb{Z}$ , aparține mulțimii:

A	B	C	D	E
$\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$	$\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$	Alt răspuns

17<sup>4</sup>. Dacă  $x \in (1, +\infty)$  și  $x - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$ , atunci  $x + \frac{1}{x}$  este egal cu:

A	B	C	D	E
$\frac{5}{2}$	3	4	$\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$	Alt răspuns

18<sup>5</sup>. Într-un trunchi de piramidă oarecare se duce prin punctul de intersecție al diagonalelor unei fețe laterale un plan paralel cu bazele. Dacă  $A_b$  este aria bazei mici și  $A_B$  este aria bazei mari, atunci aria secțiunii este egală cu:

A	B	C	D	E
$\frac{A_b + A_B}{(\sqrt{A_b} + \sqrt{A_B} + \sqrt{A_b A_B})^2}$	$\frac{4A_b A_B}{(\sqrt{A_b} + \sqrt{A_B})^2}$	$\frac{A_b A_B}{(A_b + A_B)^2}$	$\frac{2(A_b + A_B)}{(A_b + A_B + \sqrt{A_b A_B})^2}$	Alt răspuns

[19<sup>1</sup>]. Valoarea minimă a expresiei  $E(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 7}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , aparține intervalului:

A	B	C	D	E
$(1, \frac{3}{2})$	$[\frac{3}{2}, 2]$	$(6, 7]$	$(7, 8]$	Alt răspuns

[20<sup>2</sup>]. Partea întreagă a numărului  $x = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2023}+\sqrt{2024}}$  este egală cu:

A	B	C	D	E
24	44	43	45	Alt răspuns