Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

24 februarie 2019

Clasa a VIII-a

Problema 1.

a) Să se demonstreze că $\sqrt{4\cdot n^2+n} < 2\cdot n+1, \ (\forall) n\in\mathbb{N}$.

b) Să se calculeze $\left[\sqrt{n\cdot(4\cdot n+1)}\right], n\in\mathbb{N}$. (S-a notat cu $[x]$ partea întreagă a numărului real x).

c) Să se calculeze $\left[\sqrt{1\cdot 5}\right]+\left[\sqrt{2\cdot 9}\right]+\left[\sqrt{3\cdot 13}\right]+...+\left[\sqrt{43\cdot 173}\right]$.

Problema 2.

a) Să se demonstreze că $a^4+k^4+1\geq 2\cdot a\cdot k^2\cdot\sqrt{2}\ ,(\forall) a,\ k\in\mathbb{R}$.

b) Să se demonstreze că $\frac{1}{5+2^4}+\frac{1}{5+3^4}+\frac{1}{5+4^4}+...+\frac{1}{5+n^4}<\frac{n-1}{4\cdot n},\ n\in\mathbb{N}-\{0,1\}$.

Problema 3.

Se consideră pătratul ABCD de centru O. În vârfurile A şi B, de aceeaşi parte a planului (ABC), se duc perpendicularele AE şi BF pe planul pătratului. Fie M mijlocul laturii AD. Ştiind că $AB = BF = 2\cdot AE = 6$ cm, se cere:

a) Să se demonstreze că planele (CDF) şi (EOM) sunt paralele.

b) Să se calculeze distanţa de la punctul A la planul (CDF).

c) Să se calculeze distanţa dintre planele (CDF) şi (EOM).

Problema 4.

Se consideră patru puncte necoplanare A, B, C, D cu proprietatea că AC+BD=CD. Fie E intersecţia bisectoarei $\measuredangle ACD$ cu dreapta AD, P proiecţia lui B pe bisectoarea $\measuredangle$BDC şi $CP\cap BD=\{F\}$. Să se demonstreze că $EF \parallel (ABC)$.

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7