Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

16 februarie 2020

Clasa a VI-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. problemei	**Soluţie, rezolvare**	**Punctaj**
1	$\frac{c}{d}=2 \Rightarrow d=\frac{c}{2}$; $\frac{b}{c}=\frac{3}{2} \Rightarrow b=\frac{3c}{2} \Rightarrow b=3d$;	**2p**
	a-b=3 $\Rightarrow a-3d=3 \Rightarrow a=3d+3$;	**1p**
	$\frac{a}{d}=\frac{3(d+1)}{d} \in \mathbb{N} \Rightarrow d/3d+3 \Rightarrow d/3 \Rightarrow d \in \{1,3\}$;	**2p**
	$d=1 \Rightarrow a=6 \Rightarrow \frac{a}{d}=6$;	**1p**
	$d=3 \Rightarrow a=12 \Rightarrow \frac{a}{d}=4$; $S=\{6,4\}$.	**1p**

2	$2020=2^2\cdot 5\cdot 101$; $(2020,n)=101 \Rightarrow 101/n$ şi 2 nu divide n, 5 nu divide n; 101/n $\Rightarrow$ n=101$\cdot$k, k $\in \mathbb{N}^*$; $(2,101)=1$; 2 nu divide n $\Rightarrow$ 2 nu divide k; $(5,101)=1$; 5 nu divide n $\Rightarrow$ 5 nu divide k; n are 4 cifre $\Rightarrow 1000 \le$ n $\le 9999 \Rightarrow 1000 \le 101k \le 9999 \Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} 9 < k \le 99, \mathrm{k} \in \mathbb{N}^* \\ \text{2 nu divide k} \end{array}\right\} \Rightarrow k$ nu ia 45 valori; $\left.\begin{array}{l} 9 < k \le 99, \mathrm{k} \in \mathbb{N}^* \\ \text{5 nu divide k} \end{array}\right\} \Rightarrow k$ nu ia 18 valori; Dar numerele care se divid cu 10, cuprinse între 10 şi 99, s-au scăzut de 2 ori. Numărul lor este 9. $\left.\begin{array}{l} 9 < k \le 99, \mathrm{k} \in \mathbb{N}^* \\ \text{2 nu divide k} \\ \text{5 nu divide} \end{array}\right\} \Rightarrow k$ ia 90-45-18+9=36 valori convenabile; Aşadar, numărul de numere căutat este 36.	**1p** **1p** **1p** **1p** **1p** **1p** **1p**
3	Fie $a_1, a_2, ..., a_{2020}$ numerele alese; Fie $S_1 = a_1$; $S_2 = a_1 + a_2$; $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$ . . . . $S_{2020} = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2020}$ Dacă una dintre sume se divide cu 2020, atunci problema este rezolvată. Dacă niciuna dintre aceste sume nu se divide cu 2020, atunci rezultă că există cel puţin 2 sume care dau acelaşi rest la împărţirea cu 2020, deoarece sunt 2020 sume 2019 resturi (restul 0 a fost exclus) aplicând principiul cutiei. Fie S_p, S_q , $p > q$ cele 2 sume care dau acelaşi rest $\Rightarrow$ $(S_p - S_q) \vdots 2020$; $S_p - S_q = a_{q+1} + a_{q+2} + ... + a_p$ (suma căutată).	**1p** **1p** **2p** **2p** **1p**

4	Soluţie: Deoarece suma măsurilor unghiurilor în jurul unui punct este de $360^\circ \Rightarrow$ $x^\circ + + (2\cdot x+1)^\circ + \ (3\cdot x+2)^\circ + ... + (8\cdot x+7)^\circ + \ (9\cdot x-n)^\circ = 360^\circ \Rightarrow$ $x^\circ + + (2\cdot x+1)^\circ + \ (3\cdot x+2)^\circ + ... + (8\cdot x+7)^\circ < 360^\circ \Rightarrow 36\cdot x < 332 \Rightarrow$ $x \le 9$ $\left[x\cdot(1+2+3+...+9)\right]^\circ + (28-n)^\circ = 360^\circ;$ $(45\cdot x)^\circ + (28-n)^\circ = 360^\circ \Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l}(45\cdot x)^\circ - n^\circ = 332^\circ \\ n \in \mathbb{N}^*\end{array}\right\} \Rightarrow 45\cdot x - 332 > 0 \Rightarrow x \ge 8,\ \mathrm{x} \in \mathbb{N}^*;$ $\left.\begin{array}{l}x \ge 8 \\ x < 10 \\ x \in \mathbb{N}^*\end{array}\right\} \Rightarrow x \in \{8,9\}$ Cazul 1. x=8 $\Rightarrow$ n=28 $\Rightarrow$ măsurile unghiurilor sunt: $\{8^\circ, 17^\circ, 26^\circ, 35^\circ, 44^\circ, 53^\circ, 62^\circ, 71^\circ, 44^\circ\};$ Cazul 2. x=9 $\Rightarrow$ n=73 $\Rightarrow$ măsurile unghiurilor sunt: $\{9^\circ, 19^\circ, 29^\circ, 39^\circ, 49^\circ, 59^\circ, 69^\circ, 79^\circ, 8^\circ\};$ Pr oblema are soluţiile: $\{8^\circ, 17^\circ, 26^\circ, 35^\circ, 44^\circ, 53^\circ, 62^\circ, 71^\circ, 44^\circ\};$ $\{9^\circ, 19^\circ, 29^\circ, 39^\circ, 49^\circ, 59^\circ, 69^\circ, 79^\circ, 8^\circ\}.$	**2p** **1p** **1p** **1p** **1p** **1p**