



## Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

16 februarie 2020

Clasa a X-a

Problema 1.

Fie  $a, b, c \in (0,1)$ . Să se arate că:

$$a) \frac{4bc}{(a+b) \cdot (a+c)} \leq \frac{\sqrt{bc}}{a}.$$

$$b) \log_a \frac{4bc}{(a+b) \cdot (a+c)} + \log_b \frac{4ac}{(a+b) \cdot (b+c)} + \log_c \frac{4ba}{(a+c) \cdot (b+c)} = 0 \text{ dacă și numai dacă } a = b = c.$$

Problemă selectată de Vasile Popa, profesor Galați

Problema 2. Să se rezolve ecuația:

$$(x^4 - x^3 - x + 1) \cdot 5^{x^2-1} + (x^3 - x^2 - x + 1) \cdot 5^{x^3-1} + (x^5 - x^3 - x^2 + 1) \cdot 5^{x-1} = x^5 + x^4 - x^3 - 2x^2 - 2x + 3.$$

G.M. Nr. 9/2019

Problemă selectată de Vasile Popa, profesor Galați

Problema 3.

$$\text{Să se rezolve ecuația } \frac{8-x}{x^3-2} = 2019^{3x^3+3x-30}.$$

G.M. Nr. 11/2019

Problemă selectată de Vasile Popa, profesor Galați

Problema 4.

Fie  $z_1, z_2, z_3, z_4 \in \mathbb{C}$ , distincte două câte două, de modul 1, cu proprietatea:

$$|S - z_1|^2 + |S - z_2|^2 + |S - z_3|^2 + |S - z_4|^2 = 4, \text{ unde } S = z_1 + z_2 + z_3 + z_4.$$

Să se demonstreze că:

a)  $S=0$ .

b) Imaginile geometrice ale numerelor complexe  $z_1, z_2, z_3, z_4$  sunt vârfurile unui dreptunghi.

c) Dacă  $z \in \mathbb{C}$  și  $|z - z_k| \leq 1, k \in \{1, 2, 3, 4\}$ , atunci  $z = 0$ .

Problemă selectată de Vasile Popa, profesor Galați

**Notă:** Toate problemele sunt obligatorii

Timp efectiv de lucru 3 ore

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7