



## Olimpiada Națională de Matematică Etapă locală- Galați, 10 februarie 2024 Clasa a X-a

### Problema 1.

Determinați numerele naturale  $a, b, c$  pentru care are sens radicalul  $\sqrt[a]{\sqrt[b]{\sqrt[c]{x+y+z}}}$ , unde  
 $a = 1 + 2x - y^2$ ,  $b = 1 + 2y - z^2$ ,  $c = 1 + 2z - x^2$ .

### Problema 2.

Fie  $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ , astfel încât  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$  și  $z_1 + z_2 + z_3 = 1$ .

Calculați  $S = \frac{1}{z_1^{2023}} + \frac{1}{z_2^{2023}} + \frac{1}{z_3^{2023}}$

### Problema 3.

Să se demonstreze că  $\log_2 \left( \frac{32x}{x^4+48} \right) \leq 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$ ,  $\forall x \in (0; +\infty)$ .

### Problema 4.

Fie  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n) = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n+1}{5} \right\rfloor$ .

- Arătați că  $f$  nu este surjectivă.
- Determinați  $m \in \mathbb{N}$  pentru care ecuația  $f(x) = m$  are soluție unică.

GM nr.10/2023

**Notă:** Timp de lucru: 3 ore  
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte