



Olimpiada Națională de Matematică Etapa locală- Galați, 10 februarie 2024 Clasa a VI-a

Problema 1.

Numerele naturale nenule a, b verifică egalitatea $2 \cdot [a, b] + a + 2b = 13 \cdot (a, b)$, unde $[a, b]$ și (a, b) reprezintă cel mai mic multiplu comun, respectiv cel mai mare divizor comun al numerelor a și b . Să se arate că $4a + 5b$ este un număr divizibil cu 19.

Problema 2.

Despre un număr n vom spune că este „special” dacă $n^4 = p$, unde p reprezintă produsul divizorilor lui n .

- Arătați ca 135 este „special”.
- Determinați toate numerele „speciale” de două cifre.

Supliment Gazeta Matematică, octombrie 2023

Problema 3.

Fie numărul $A = 2023^{2023} + 2024^{2024} + 2025^{2025}$. Arătați că A este divizibil cu 23.

Problema 4.

Fie A, O, D puncte coliniare în această ordine. În unul din semiplanele determinate de dreapta AD , considerăm semidreptele OB și OC , astfel încât semidreapta OC este situată în interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$.

Se știe că $\frac{\sphericalangle AOB}{\sphericalangle BOC} = \frac{m}{n}$ și $\frac{\sphericalangle BOC}{\sphericalangle COD} = \frac{n}{p}$, $m, n, p \in \mathbb{N}^*$.

- Să se exprime în funcție de m, n și p , raportul $\frac{\sphericalangle AOC}{\sphericalangle BOD}$.
- Dacă m, n, p sunt numere naturale prime care verifică relația $3m + 7n + 14p = 112$, iar semidreptele OX și OY sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, respectiv $\sphericalangle COD$, să se determine măsura unghiului $\sphericalangle XOY$.

Notă: Timp de lucru: 3 ore
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte