



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală- Galați, 10 februarie 2024
Clasa a VIII-a

Problema 1.

Fie $x; y \in [0; 1]$. Demonstrați că $\frac{1}{x+y+1} - 1 \leq \frac{xy}{3} - \frac{x+y}{2}$.

Problema 2.

Fie numărul $A = (a^2 - 2a + 3)(a^2 - 2a - 3) + 324$, $a \in \mathbb{N}$

- Arătați că numărul A este pătrat perfect pentru oricare număr a natural;
- Demonstrați că pentru oricare a număr natural impar, numărul A este divizibil cu 16.

Problema 3.

Fie $ABCD$ un tetraedru regulat și F mijlocul muchiei AD .

- Calculați măsura unghiului dintre dreptele AB și CD ;
- Calculați tangenta unghiului dintre dreptele BF și CD .

Problema 4.

Fie $ABCD A' B' C' D'$ un cub și punctele M -mijlocul lui $A' B'$, N -mijlocul lui $A' D'$ și Q -mijlocul lui DC

- Dacă dreapta $D' C' \cap (MNQ) = \{T\}$ demonstrați că $A' T \equiv M D'$;
- Dacă dreptele $D' D \cap (MNQ) = \{P\}$ și $B' B \cap (MNQ) = \{S\}$ demonstrați că patrulaterul $PQSM$ este dreptunghi.

G.M. nr. 9/2023

Notă: *Timp de lucru: 3 ore*
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte