INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GALAȚI
Str. Portului Nr.55B ☎ 0372362000 0236319396
e-mail: info@isj.gl.edu.ro, secretariat@isjgalati.ro / site: http://isj.gl.edu.ro
MINISTERUL EDUCAȚIEI
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA GALAȚI
Str. Domnească, nr. 47, Galaţi

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală- Galaţi, 10 februarie 2024
Clasa a IX-a

Problema 1.

Dacă a, b, c sunt numere reale strict pozitive, demonstrați că

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq \frac{3}{3a+b}+\frac{3}{3b+c}+\frac{3}{3c+a}.$$

Problema 2.

Fie $ABCD$ un paralelogram și punctele $M \in (AB),\ N \in (BC),\ P \in (DC)$ astfel încât

$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BN} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$ și $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{6}\overrightarrow{DC}$. Arătați că centrul de greutate al triunghiului MNP se află pe dreapta AC.

S.G.M. noiembrie/2023

Problema 3. .

Să se determine elementele mulțimii $\mathcal{A} = \left\{x \in \mathbb{Z} \ / \ \frac{x^3-3x-3}{2x-1} \in \mathbb{Z}\right\}$.

Problema 4.

Se consideră triunghiul oarecare ABC, cu centrul de greutate G, $AB = c, AC = b, BC = a$, B_1 este piciorul bisectoarei din B, iar C_1 este este piciorul bisectoarei din C.

a) Demonstrați că $\overrightarrow{GB_1} = -\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{2c-a}{3(a+c)}\cdot\overrightarrow{AC}$.

b) Arătați că dacă $a \neq 2b, a \neq 2c,$ atunci B_1, C_1 și G sunt coliniare dacă și numai dacă

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$

Notă: *Timp de lucru: 3 ore*

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte